Tarea 5. Fecha de entrega: Jueves 1 de Octubre hasta las 6:00 pm (SICUA)

---

1. Muestre la propiedad 4 de la distribución normal multivariada discutida en clase: Sea $\mathbf{X} = (\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2)' \sim \mathcal{N}(\mu, \Sigma)$, donde $\mathbf{X}_1$ y $\mathbf{X}_2$ es una partición del vector $\mathbf{X}$. La distribución condicional de $\mathbf{X}_1$ dado $\mathbf{X}_2$ es $\mathcal{N}(\mu_{1,2}, \Sigma_{11,2})$, donde

$$\begin{aligned}\mu_{1,2} &= \mu_1 + \Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}(\mathbf{X}_2 - \mu_2)\\ \Sigma_{11,2} &= \Sigma_{11} - \Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}\Sigma_{21}.\end{aligned}$$

Note que μ_i y Σ_{ij} para $i, j = 1, 2$ son una partición de μ y Σ, dadas por

$$\mu = \begin{bmatrix}\mu_1\\ \mu_2\end{bmatrix} \quad \Sigma = \begin{bmatrix}\Sigma_{11} & \Sigma_{12}\\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22}\end{bmatrix}$$

2. Suponga que el vector aleatorio bidimensional (dos elementos) $\mathbf{W} = (X, Y)' \sim \mathcal{N}(\mu, \Sigma)$, donde

$$\mu = \begin{bmatrix}\mathbb{E}(X)\\ \mathbb{E}(Y)\end{bmatrix}$$

y

$$\Sigma = \begin{bmatrix}Var(X) & Cov(X,Y)\\ Cov(X,Y) & Var(Y)\end{bmatrix}.$$

Usando el resultado de la pregunta anterior, muestre que en ese caso,

$$\mathbb{E}(Y \mid X) = \mathbb{E}(Y) + \frac{Cov(X,Y)}{Var(X)}(X - \mathbb{E}(X)).$$