

Tarea 5. Fecha de entrega: Jueves 24 de Septiembre hasta las 6:00 pm (SICUA)

1. Usando las definiciones de valor esperado y varianza. Muestre que si $X \sim \text{Bernoulli}(p)$, entonces $\mathbb{E}(X) = p$ y $\text{Var}(X) = p(1-p)$
2. Sean X_1, X_2, \dots, X_n una serie de n variables aleatorias independientes donde todas siguen una distribución Bernoulli con parametro p (a ese tipo de series nos vamos a referir como que son variables aleatorias **i.i.d.**: independientes e idénticamente distribuídas). Sea $Y_n = \sum_{i=1}^n X_i$. Usando las propiedades Muestre que

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(Y_n) &= np \\ \text{Var}(Y_n) &= np(1-p)\end{aligned}$$

3. Sean X_1, X_2, \dots, X_n una secuencia de variables aleatorias *i.i.d.* con función de probabilidad $f(x; \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$ donde λ es un parámetro de interés. Muestre que en este caso, la función de probabilidad conjunta es

$$\begin{aligned}f(x_1, x_2, \dots, x_n; \lambda) &= P(X_1 = x_1 \cap X_2 = x_2 \cap \dots \cap X_n = x_n) \\ &= \frac{e^{-n\lambda} \lambda^{\sum_{i=1}^n x_i}}{x_1! \times \dots \times x_n!}\end{aligned}$$