Tarea 2. Fecha de entrega: Jueves 3 de Septiembre hasta las 6:00 pm (SICUA)

Durante la clase discutimos un ejemplo del teorema de transformación en el que $X \sim N\left(\mu, \sigma^2\right)$ y $Y = h\left(X\right) = \exp\left(X\right)$. Recordemos que la función de densidad de una variable aleatoria que siga una distribución normal con parámetros μ y σ^2 está dada por

$$f_X\left(x\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right)$$

1. En el ejemplo que discutimos en clase encontramos $F_Y\left(y\right)$. Usando la regla de Leibniz, muestre que
$$f_Y\left(y\right) = \frac{1}{y}\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln y-\mu}{\sigma}\right)^2\right)$$

2. Sea $Z = h\left(X\right) = \frac{X-\mu}{\sigma}$ donde $X \sim N\left(\mu, \sigma^2\right)$. Usando los resultados del teorema de transformación, encuentre $F_Z\left(z\right)$ y $f_Z\left(z\right)$.

3. Sea $W = h\left(X\right) = \left|X\right|$ donde $X \sim N\left(\mu, \sigma^2\right)$. Usando la lógica que discutimos en clase, encuentre $F_W\left(w\right)$ y $f_W\left(w\right)$. *Notas: (1) en este caso la función $h\left(x\right)$ NO es monótona; (2) Note que para una variable aleatoria X se tiene que $P\left(\left|X\right| \leq x\right) = P\left(-x \leq X \leq x\right)$; (3) Para hallar f_W, puede ser una buena idea usar la regla de Leibniz.*